

Optique géométrique

5

L'objet de l'optique géométrique est la détermination géométrique des rayons lumineux. Ses applications sont les différents instruments d'optique : loupe, appareil photo, lunette astronomique...

1 Approximation de l'optique géométrique

En optique géométrique on étudie les rayons lumineux sans faire référence à l'onde lumineuse. On fait l'hypothèse que ces rayons sont indépendants entre eux.

Ceci est contredit par le phénomène de diffraction. Par exemple un rayon lumineux traversant une fente diffractante est dévié parce que des rayons voisins sont arrêtés par la fente. En optique géométrique on néglige le phénomène de diffraction qui ne concerne que des rayons lumineux « à la marge ». Il faut pour cela que les ouvertures traversées par la lumière aient toutes une dimension a supérieure à 1000λ où λ est la longueur d'onde de la lumière. La déviation des rayons lumineux due à la diffraction, de l'ordre de $\frac{\lambda}{a}$, sera dans ce cas négligeable.

L'**approximation de l'optique géométrique** consiste à négliger tout phénomène de diffraction. Cela revient à considérer que la longueur d'onde λ de la lumière est quasiment nulle.

Exemple

Le diamètre de l'objectif d'un téléphone portable est à peu près $d = 2$ mm. La longueur d'onde λ de la lumière visible étant de l'ordre de $0,5 \mu\text{m}$, on a $\frac{d}{\lambda} \sim 4000$. On peut appliquer l'optique géométrique dans ce cas.

Un grand télescope a un diamètre $d = 4,2$ m. Avec une telle dimension il est naturel de vouloir négliger la diffraction. Cependant, on souhaite distinguer des étoiles situées dans des directions séparées d'un angle très faible. La dispersion angulaire due à la diffraction, $\theta \simeq \frac{\lambda}{d} \sim 10^{-7}$ rad pour $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$, limite le pouvoir de résolution de l'instrument.

2 Lois de Descartes

Les **lois de Descartes** sont les lois fondamentales de l'optique géométrique.

2.1 Lois de Descartes pour la réflexion

a) Réflexion d'un rayon lumineux

La **réflexion** consiste en un changement de direction d'un rayon lumineux « rebondissant » sur une surface réfléchissante (voir figure 5.1). On distingue le **rayon incident**, rayon lumineux avant la réflexion, et le **rayon réfléchi**, rayon lumineux après la réflexion.

La surface réfléchissante doit être parfaitement lisse à l'échelle de la longueur d'onde de la lumière. Il s'agit le plus souvent d'une surface métallique polie. L'usage est d'appeler cette surface miroir et de la représenter avec des hachures à l'arrière.

Le point I où le rayon incident rencontre la surface réfléchissante est appelé **point d'incidence**. La droite passant par I , orthogonale à la surface réfléchissante, est appelée normale en I . Le plan contenant le rayon incident et la normale en I est le **plan d'incidence** (voir figure 5.1).

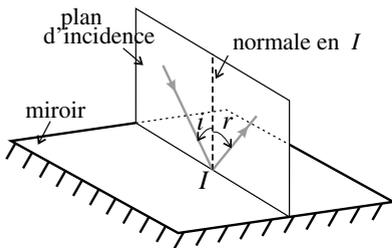


Figure 5.1 – Réflexion sur un miroir.

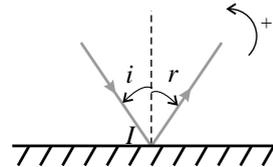


Figure 5.2 – Représentation de la réflexion dans le plan d'incidence.

b) Lois de la réflexion

Les angles entre la normale et les rayons incident et réfléchi sont notés i et r et appelés respectivement **angle d'incidence** et **angle de réflexion**. Ces angles doivent être algébrisés (voir annexe mathématique). Il est très important de les prendre toujours de la normale vers les rayons. Leurs signes dépendent du sens positif choisi et sont opposés.

Les **lois de Descartes pour la réflexion** s'énoncent ainsi :

1. le rayon réfléchi est compris dans le plan d'incidence,
2. les angles d'incidence i et de réflexion r , sont liés par la relation :

$$r = -i. \quad (5.1)$$

2.2 Lois de Descartes pour la réfraction

a) Réflexion et réfraction sur un dioptre

La surface de séparation entre les deux milieux transparents est appelée en optique **dioptré**. Un rayon lumineux arrivant sur un dioptre, appelé rayon incident, donne en général naissance à deux rayons (voir figure 5.3) :

- un rayon réfléchi qui repart dans le milieu du rayon incident,
- un rayon transmis qui entre dans l'autre milieu transparent.

Le rayon incident suit les lois de Descartes données au paragraphe précédent. Le rayon transmis n'est pas dans le prolongement du rayon incident. C'est le phénomène de **réfraction**. Le rayon transmis est aussi appelé **rayon réfracté**.

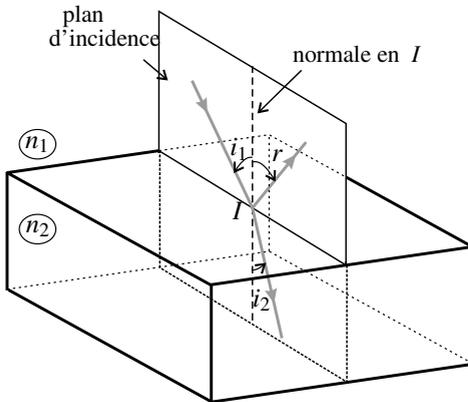


Figure 5.3 – Réflexion et réfraction sur un dioptre.

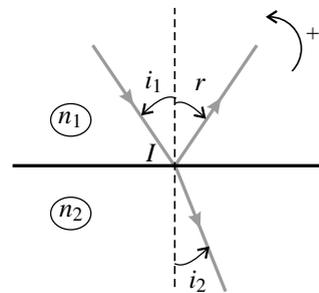


Figure 5.4 – Représentation dans le plan d'incidence.

b) Lois de la réfraction

On note n_1 l'indice optique du milieu de propagation du rayon incident et n_2 l'indice optique du milieu de propagation du rayon réfracté. Les angles que font ces deux rayons avec la normale au dioptre sont notés i_1 et i_2 et appelés respectivement angle d'incidence et angle de réfraction. Ces angles sont algébriques et doivent toujours aller de la normale vers les rayons. Leur signes dépendent du sens positif choisi et sont identiques.

Les **lois de Descartes pour la réfraction** s'énoncent ainsi :

1. le rayon réfracté est dans le plan d'incidence,
2. l'angle d'incidence i_1 et l'angle de réfraction i_2 sont liés par la relation :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2. \quad (5.2)$$

c) Déviation due à la réfraction

Le sens de cette déviation du rayon transmis dépend de l'ordre des indices de deux milieux :

- Si deuxième milieu est plus réfringent que le premier, c'est-à-dire si $n_2 > n_1$, le rayon réfracté se rapproche de la normale (voir figure 5.5).
- Si le deuxième milieu est moins réfringent que le premier, soit si $n_2 < n_1$, le rayon réfracté s'écarte de la normale (voir figure 5.6).

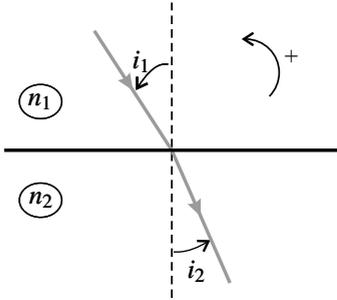


Figure 5.5 – Réfraction avec un milieu (2) plus réfringent.

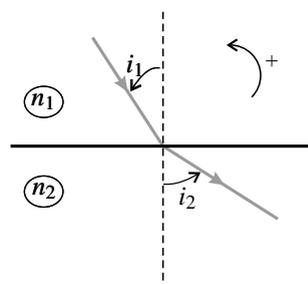


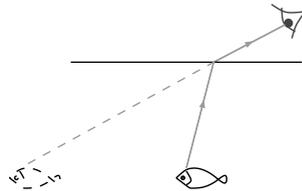
Figure 5.6 – Réfraction avec un milieu (2) moins réfringent.



Il faut veiller à respecter cette règle lorsqu'on dessine un rayon réfracté.

Exemple

Un pêcheur utilisant un harpon observe un poisson. Il voit le poisson dans le prolongement des rayons lumineux arrivant dans son œil mais, à cause de la réfraction, l'animal est en fait plus proche de lui. Pour le toucher il faut donc qu'il vise plus près que l'endroit où il voit le poisson.



d) Phénomène de réflexion totale

Dans le cas où $n_2 < n_1$, $\sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1 > \sin i_1$. Si $\sin i_1 = \frac{n_2}{n_1}$, alors $\sin i_2 = 1$ ce qui veut dire que $i_2 = \frac{\pi}{2}$. Si $\sin i_1 > \frac{n_2}{n_1}$ la loi de Descartes donnerait $\sin i_2 > 1$ ce qui est impossible.

Dans le cas où le deuxième milieu est moins réfringent, le rayon réfracté n'existe que si l'angle d'incidence i_1 est inférieur à l'angle R_{lim} , appelé **angle de réfraction limite** défini par :

$$\sin R_{\text{lim}} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Si i_1 est supérieur à R_{lim} , il n'y a plus qu'un rayon réfléchi, c'est le phénomène de **réflexion totale**.

Exemple

1. L'angle limite de réfraction pour que la lumière sorte d'un verre d'indice $n_1 = 1,53$ dans l'air d'indice $n_2 = 1,00$ est : $R_{\text{lim}} = \arcsin\left(\frac{1,00}{1,53}\right) = 40,8^\circ$. Sur la figure 5.7, la face AB du prisme, dont la section est un triangle rectangle isocèle et dont l'indice est n_1 , se comporte donc comme un miroir pour la lumière puisque l'angle d'incidence dépasse l'angle limite de réfraction.
2. La lumière guidée par une fibre optique est « piégée » à l'intérieur de la fibre grâce au phénomène de réflexion totale : pour cela l'angle d'incidence i doit constamment dépasser l'angle de réfraction limite.

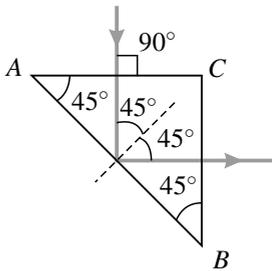


Figure 5.7 – Prisme à réflexion totale.

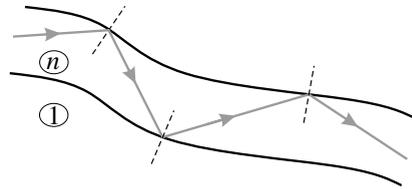


Figure 5.8 – Propagation dans une fibre optique.

3 Miroir plan

La suite de ce chapitre est consacrée à la formation d'images par des systèmes optiques. Un système optique est un ensemble de composants optiques (dioptries ou miroirs) rencontrés successivement par les rayons lumineux. Le système optique le plus simple est le miroir plan.

3.1 Image d'un point objet par un miroir plan

Un **miroir plan** est une surface réfléchissante plane. Comme chacun sait, on « se voit » dans un miroir. L'optique géométrique explique cette constatation en termes de rayons lumineux.

a) Image par un miroir plan d'un point objet réel

Un **point objet réel** est un point d'où partent les rayons lumineux qui arrivent sur un système optique.

On considère un point objet réel A situé devant un miroir plan. Un observateur reçoit les rayons lumineux issus de A après qu'ils ont été réfléchis par (M) (voir figure 5.9). La loi de la réflexion fait que ces rayons semblent provenir du point A' symétrique de A par rapport au plan de (M) (voir figure 5.9).

On va prouver ce résultat. Soit un rayon issu de A se réfléchissant sur (M) en I avec un angle

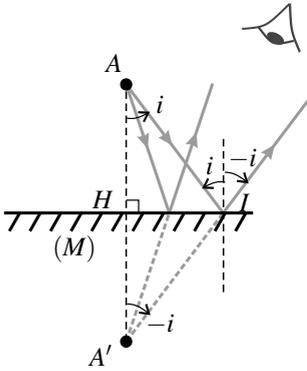


Figure 5.9 – Image d'un point objet réel par un miroir plan.

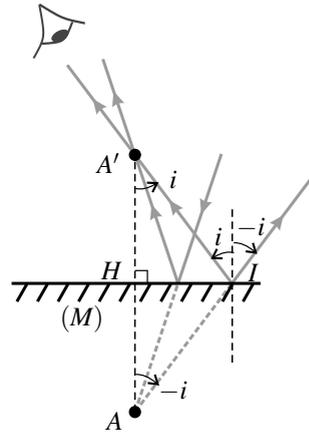


Figure 5.10 – Image d'un point objet virtuel par un miroir plan.

d'incidence quelconque i et soit A' le point d'intersection du prolongement du rayon réfléchi avec la droite normale au miroir passant par A . Sur la figure 5.9 on retrouve l'angle i en A par la propriété des angles alterne-interne et l'angle $-i$ en A' . Il vient alors :

$$\tan i = \frac{HI}{HA} = \frac{HI}{HA'} \quad \text{donc} \quad HA' = HA.$$

Ainsi, A' est le symétrique de A par rapport au plan du miroir. Il en est ainsi quel que soit l'angle d'incidence i donc tous les rayons réfléchis semblent venir de A' .

Pour l'œil qui reçoit les rayons réfléchis, tout se passe comme si ces rayons provenaient de A' . On dit que A' est l'image de A dans le miroir. C'est une image virtuelle.

Un **point image virtuel** A' est un point d'où semblent provenir les rayons lumineux sortant d'un système optique. Le prolongement des rayons au delà de la surface du système passe par A' .

b) Image par un miroir plan d'un point objet virtuel

Un **point objet virtuel** A est un point vers lequel convergent les rayons lumineux arrivant sur un système optique. Le prolongement des rayons au delà de la surface du système passe par A .

Sur la figure 5.10 le point A est un point objet virtuel pour le miroir (M). La géométrie est la même que sur la figure 5.9 avec des rayons lumineux parcourus dans l'autre sens. Les rayons réfléchis passent tous par le symétrique A' de A par rapport au plan du miroir. On dit que A' est l'image de A par le miroir. C'est une image réelle.

Un **point image réel** est un point par lequel passent les rayons lumineux sortant d'un système optique.

En plaçant un écran perpendiculaire aux rayons en A' on voit un point lumineux net. Une image réelle peut être recueillie sur un écran.

3.2 Image d'un objet par un miroir plan

Un objet est un ensemble de points images. L'objet le plus simple que l'on puisse envisager est un vecteur \vec{AB} . Son image est le vecteur $\vec{A'B'}$ symétrique par rapport au miroir, soit un vecteur de même taille et de même sens. Le **grandissement** d'un miroir plan est égal à 1.

Un miroir plan donne de tout objet une image symétrique par rapport au plan du miroir.

4 Systèmes centrés et approximation de Gauss

4.1 Systèmes optiques centrés

Un **système optique centré** est un système optique dont les éléments constitutifs (dioptries, miroirs) ont un axe de symétrie commun. Cet axe est appelé **axe optique**. Il est orienté dans le sens de propagation de la lumière.

Les plans perpendiculaires à l'axe optique sont appelés **plans de front** (voir figure 5.12).

4.2 Approximation de Gauss

a) Exemple d'une lentille demi-boule

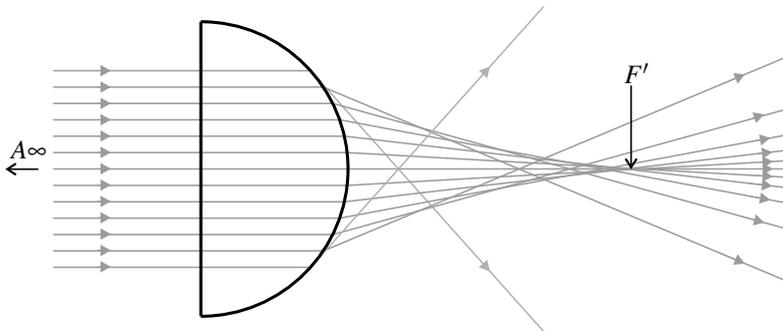


Figure 5.11 – Lentille demi-boule éclairée par un faisceau parallèle.

La figure 5.11 montre des **rayons incidents** parallèles traversant une demi-boule transparente d'indice $n = 1,5$, placée dans l'air d'indice $n_{\text{air}} = 1$. Les rayons sortant de la demi-boule sont les **rayons émergents**.

La demi-boule est un système centré. Les rayons incidents sont parallèles à son axe de symétrie, c'est-à-dire son axe optique. Ces rayons proviennent d'un point objet réel A situé à

distance infinie dans la direction des rayons. On constate que les rayons émergents ne passent pas tous par un point image. Cependant, les cinq rayons les plus proches de l'axe optique passent quasiment par le point F' indiqué par la flèche sur la figure. La demi-boule ne donne pas une image rigoureuse comme le miroir plan, mais une image approchée *si l'on se restreint aux rayons proches de l'axe*.

b) Rayons paraxiaux, conditions de Gauss

Un rayon incident sur un système centré est dit **paraxial** quand les deux conditions suivantes sont respectées :

- le rayon est proche de l'axe optique du système,
- le rayon est peu incliné par rapport à l'axe optique.

Un système centré est utilisé dans les **conditions de Gauss** si tous les rayons incidents sont des rayons paraxiaux.

4.3 Propriétés d'un système centré dans les conditions de Gauss

Les systèmes centrés s'utilisent toujours dans les conditions de Gauss. Ils ont alors les propriétés de **stigmatisme** et d'**aplanétisme** approchés

a) Stigmatisme approché

On admet le résultat suivant :

Un **système centré** utilisé **dans les conditions de Gauss** donne de tout point objet (pouvant être réel ou virtuel) une image ponctuelle approchée (pouvant être réelle ou virtuelle).

Ceci est représenté sur la figure 5.12 dans le cas de points objets réels et de points images réels. L'image de tout objet A appartenant à l'axe optique est un point A' appartenant aussi à l'axe optique.

Les points objet et image sont dits **conjugués** par le système optique.

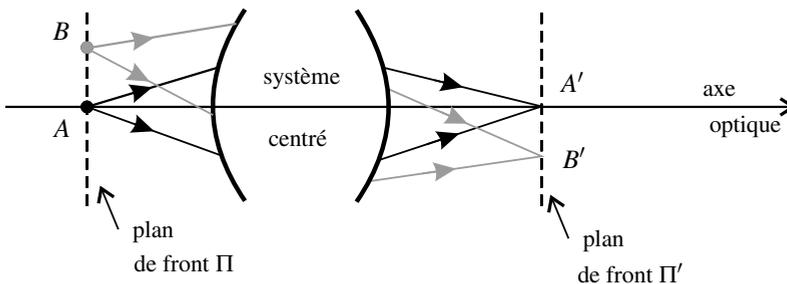


Figure 5.12 – Stigmatisme et aplanétisme dans les conditions de Gauss.

b) Aplanétisme approché

Un point B du plan de front passant par A a son image B' dans le plan de front passant par A' (voir figure 5.12).

Les plans de front Π et Π' passant par A et par A' sont conjugués par le système optique.

De plus, par symétrie les vecteurs $\overrightarrow{A'B'}$ et \overrightarrow{AB} sont colinéaires. On peut montrer qu'il existe un nombre sans dimension γ tel que $\overrightarrow{A'B'} = \gamma \overrightarrow{AB}$. γ est appelé **grandissement linéaire** et on le définit traditionnellement par la relation

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}.$$

les mesures algébriques étant prises le long de deux axes orientés dans le même sens. Le grandissement γ est indépendant du point B mais *il dépend des plans Π et Π' conjugués.*

La signification physique du grandissement γ est la suivante :

- si $|\gamma| > 1$ l'image est plus grande que l'objet, si $|\gamma| < 1$ l'image est plus petite que l'objet ;
- si $\gamma > 0$ l'image est droite, c'est-à-dire de même sens que l'objet, si $\gamma < 0$ l'image est renversée par rapport à l'objet.

c) Le stigmatisme approché est-il suffisant ?

Les systèmes centrés dans les conditions de Gauss n'ont qu'un stigmatisme approché. Ainsi, lorsqu'on recueille l'image réelle d'un point sur un écran on obtient non un point, mais une tache lumineuse plus ou moins grosse. Est-ce que cela peut être satisfaisant ? Quelle taille maximale de la tache peut-on accepter ?

Pour répondre à ces questions il faut réfléchir à l'utilisation de l'image. Par exemple, dans le cas d'un appareil photographique, l'objectif forme l'image sur le capteur CCD qui est le récepteur photosensible de l'appareil. Ce capteur est une mosaïque de cellules élémentaires correspondant chacune à un pixel, c'est-à-dire un « point » sur l'image finale. Ces cellules ont une taille non nulle, de l'ordre de quelques microns. Le capteur ne fait pas la distinction entre un point parfait et une tache plus petite que la cellule élémentaire. En effet, si deux photons arrivent sur la même cellule élémentaire, ils sont identifiés comme arrivant au même point. Le stigmatisme approché de l'objectif est donc suffisant si la taille des taches images est inférieure à la taille d'une cellule élémentaire du capteur.

4.4 Foyers objet, foyers image

a) Point à l'infini

Un point à l'infini est un point situé à distance infinie du système. Les rayons passant par un point à l'infini sont parallèles entre eux. Le point est localisé à l'infini, dans la direction commune aux rayons.

b) Foyers principaux

On appelle **foyer image principal** l'image du point objet situé à l'infini dans la direction de l'axe optique. Ce point est noté F' . Les rayons incidents parallèles à l'axe optique donnent des rayons émergents qui passent tous par F' (voir figure 5.13).

On appelle **foyer objet principal** le point objet dont l'image est située à l'infini dans la direction de l'axe optique. Ce point est noté F . Les rayons incidents issus de F donnent des rayons émergents tous parallèles à l'axe optique (voir figure 5.14).

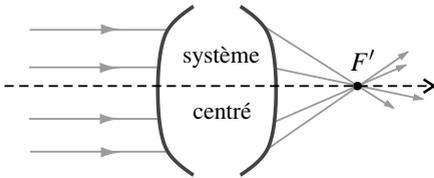


Figure 5.13 – Foyer image principal.

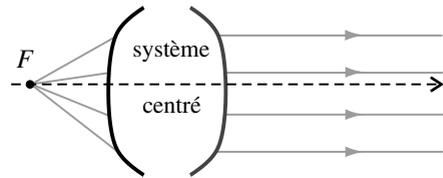


Figure 5.14 – Foyer objet principal.

! Contrairement à ce que les notations pourraient laisser croire, le foyer principal image F' n'est pas le point conjugué du foyer image F !

c) Foyers secondaires

Par aplanétisme, tout point objet à l'infini mais hors de l'axe optique a son image dans le plan de front passant par F' . Ce plan est appelé **plan focal image**. Les points du plan focal image sont des **foyers image secondaires** et notés F'_s . Un faisceau incident de rayons parallèles entre eux, mais non parallèle à l'axe optique, est transformé en un faisceau convergent vers un foyer image secondaire (voir figure 5.15).

De même, on appelle **plan focal objet** le plan de front passant par F . Les points F_s de ce plan sont des **foyers objet secondaires**. Un faisceau incident issu d'un foyer objet secondaire donne un faisceau de rayons parallèles entre eux, mais non parallèle à l'axe optique. (voir figure 5.16).

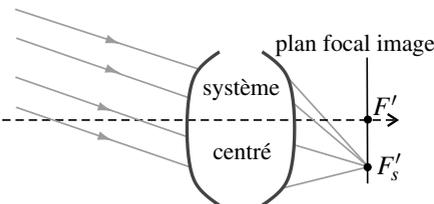


Figure 5.15 – Foyer image secondaire.

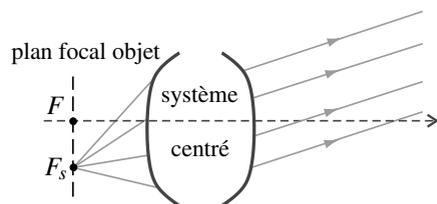


Figure 5.16 – Foyer objet secondaire.

d) Système afocal

Un système qui transforme un faisceau incident parallèle en un faisceau émergent parallèle, conjugue un point objet à l'infini avec un point image à l'infini. Il n'a donc pas de foyers et est qualifié de **système afocal** (voir figure 5.17).

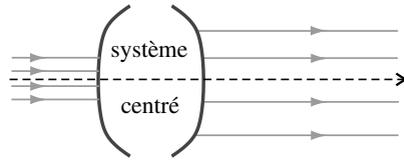


Figure 5.17 – Système afocal.

5 Lentilles minces

Les lentilles minces sont les composants élémentaires de la plupart des systèmes centrés.

5.1 Présentation des lentilles

a) Les différentes sortes de lentilles

Une **lentille** est un composant optique constitué par un milieu transparent, homogène et isotrope, délimité par deux dioptries sphériques ou un dioptre sphérique et un dioptre plan (voir figures 5.18 et 5.19).

Les lentilles sont des systèmes centrés. On distingue deux types de lentilles :

- les **lentilles convergentes** qui sont les lentilles à bords minces (voir figure 5.18),
- les **lentilles divergentes** qui sont les lentilles à bords épais (voir figure 5.19).

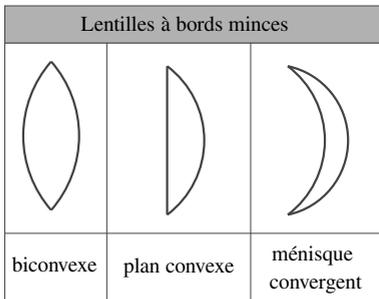


Figure 5.18 – Différentes lentilles à bords minces, convergentes.

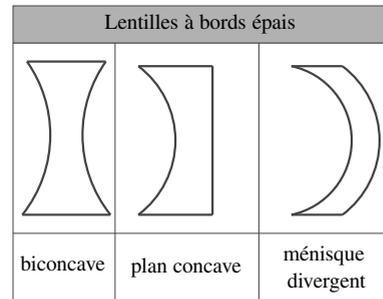


Figure 5.19 – Différentes lentilles à bords épais, divergentes.

Dans les conditions normales d'utilisation de la lentille, il existe un point O situé sur l'axe optique, tel que pour tout rayon passant par O à l'intérieur de la lentille, le rayon sortant de la lentille est parallèle au rayon entrant (voir figure 5.20). Ce point est appelé **centre optique** de la lentille.

Une **lentille mince** est une lentille dont l'épaisseur e sur l'axe est petite comparée aux rayons de courbures de ses faces. Dans ce cas, on néglige complètement cette épaisseur et on représente les lentilles par un trait sur lequel on fait seulement figurer le centre optique O . Les

symboles des lentilles convergente et divergente sont donnés sur la figure 5.21.

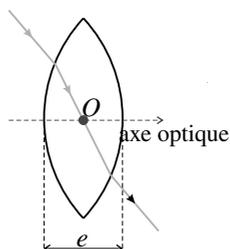


Figure 5.20 – Centre optique d'une lentille.

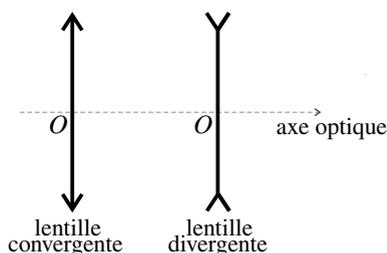


Figure 5.21 – Symbole des lentilles minces.

b) Lentilles convergentes

Si on éclaire une lentille convergente par un faisceau parallèle à l'axe optique, on observe que les rayons réfractés convergent en un point de l'espace image qui est donc le foyer principal image F' (voir figure 5.23). De même, si on place une source ponctuelle au point F , symétrique de F' par rapport à O , on observe qu'après la lentille, le faisceau est parallèle à l'axe, donc F est le foyer principal objet (voir figure 5.22).

Pour une **lentille convergente**, les foyers principaux objet et image sont symétriques par rapport au centre optique. Le foyer objet est situé avant le centre optique O et le foyer image après O dans le sens de propagation de la lumière.

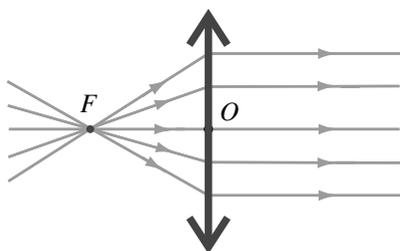


Figure 5.22 – Foyer principal objet d'une lentille convergente.

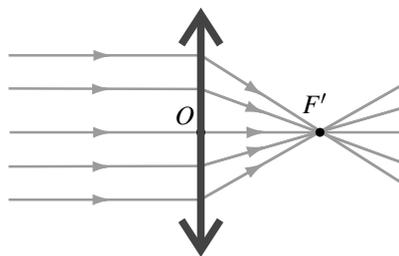


Figure 5.23 – Foyer principal image d'une lentille convergente.

On définit les distances focales :

- la **distance focale objet** $f = \overline{OF}$, qui est négative pour une lentille convergente,
- la **distance focale image** $f' = \overline{OF'}$, qui est positive pour une lentille convergente.

Les distances focales f et f' sont l'opposée l'une de l'autre.

On définit aussi la **vergence** V d'une lentille par :

$$V = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}. \quad (5.3)$$

La vergence d'une lentille convergente est positive. La vergence est homogène à l'inverse d'une distance et l'unité de la vergence est la *dioptrie* (symbole δ) qui correspond à des m^{-1} . Ainsi une lentille de distance focale image $f' = 50 \text{ cm}$ a une vergence de 2δ .

c) Lentilles divergentes

Si l'on éclaire une lentille divergente avec un faisceau parallèle à l'axe, on observe que le faisceau diverge après passage à travers la lentille (voir figure 5.25). Si on prolonge les rayons du faisceau divergent, ils semblent provenir d'un point de l'espace objet qui est donc l'image du faisceau parallèle. Ce point est le foyer principal image F' de la lentille. C'est un point image virtuel.

Si l'on éclaire la lentille par un faisceau convergent (voir figure 5.24), dont les prolongements de rayon se croisent au point symétrique de F' par rapport à la lentille, le faisceau émergent est parallèle à l'axe. Ce point est donc le foyer principal objet F . C'est un point objet virtuel.

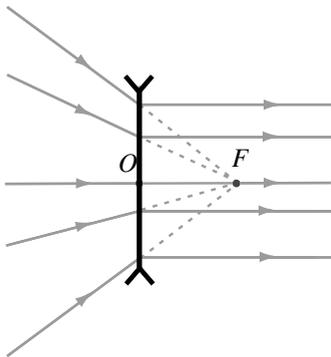


Figure 5.24 – Foyer objet d'une lentille divergente.

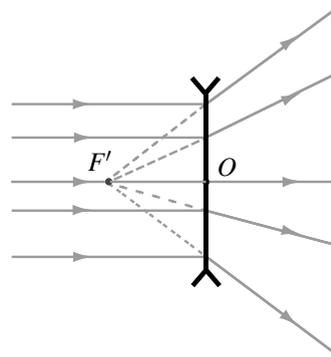


Figure 5.25 – Foyer image d'une lentille divergente.

Pour une **lentille divergente** les foyers principaux objet et image sont symétriques par rapport au centre optique. Ce sont des points *virtuels* : le foyer objet est situé après le centre optique O et le foyer image avant O dans le sens de propagation de la lumière.

La distance focale objet $f = \overline{OF}$ est négative, la distance focale image $f' = \overline{OF'}$ est positive et $f = -f'$.

La vergence d'une lentille divergente est négative.

5.2 Constructions géométriques

Pour trouver l'image d'un objet par une lentille on peut procéder graphiquement, en réalisant une construction géométrique. Il est important de maîtriser cette méthode qui est présentée dans ce paragraphe.

a) Les règles de construction

On connaît le rayon émergent d'une lentille mince pour trois types de rayons incidents remarquables :

1. un rayon incident passant par le centre optique O n'est pas dévié ;
2. un rayon incident parallèle à l'axe donne un rayon émergent qui passe (réellement ou virtuellement) par le foyer image F' ;
3. un rayon incident passant (réellement ou virtuellement) par le foyer objet F donne un rayon émergent parallèle à l'axe optique.

De plus, d'après la définition des foyers secondaires :

4. deux rayons incidents parallèles donnent des rayons émergents qui se croisent (réellement ou virtuellement) dans le plan focal image ;
5. deux rayons incidents qui se croisent (réellement ou virtuellement) dans le plan focal objet donnent des rayons émergents parallèles entre eux.

b) Méthode de construction

Les trois premières règles permettent de déterminer graphiquement l'image de n'importe quel point objet B hors de l'axe optique. Il suffit de tracer les trois rayons remarquables passant (réellement ou virtuellement) par B . Les trois rayons émergents passent tous (réellement ou virtuellement) par l'image (réelle ou virtuelle) B' de B .

Dans le cas d'un point objet A situé sur l'axe optique, les trois rayons remarquables sont confondus avec l'axe optique. Pour déterminer l'image A' de A on prend un point B dans le plan de front passant par A et on construit son image B' . A' est l'intersection du plan de front passant par B' avec l'axe optique.

Dans ces constructions les parties virtuelles des rayons sont représentées en pointillés.

c) Application à une lentille convergente

Les figures 5.26 à 5.29 montrent les constructions géométriques dans les quatre cas possibles :

1. l'objet est réel et situé avant F ;
2. l'objet est réel et situé entre F et O ;
3. l'objet est virtuel donc situé après O ;
4. l'objet est situé à l'infini.



Il est vivement conseillé de refaire ces constructions sur une feuille : il faut représenter d'abord la lentille avec son axe, son centre optique et ses deux foyers (dans le bon ordre), puis placer dans la zone choisie un objet \overrightarrow{AB} avec A sur l'axe optique et B dans le plan de front passant par A , puis tracer les trois rayons remarquables passant par B pour en déduire l'image $\overrightarrow{A'B'}$.

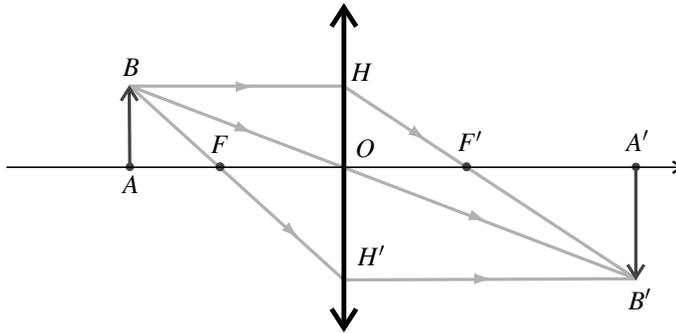


Figure 5.26 – Construction de l'image d'un objet réel situé avant le foyer objet par une lentille convergente. Les trois rayons émergents se croisent en B' , l'image est réelle.

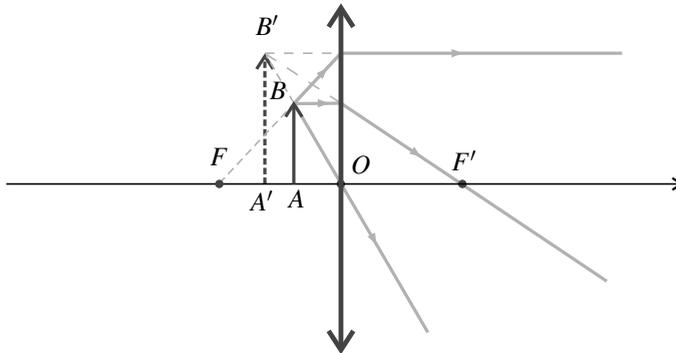


Figure 5.27 – Construction de l'image d'un objet réel situé entre le foyer objet et le centre par une lentille convergente. Les prolongements des trois rayons émergents se croisent en B' , l'image est virtuelle.

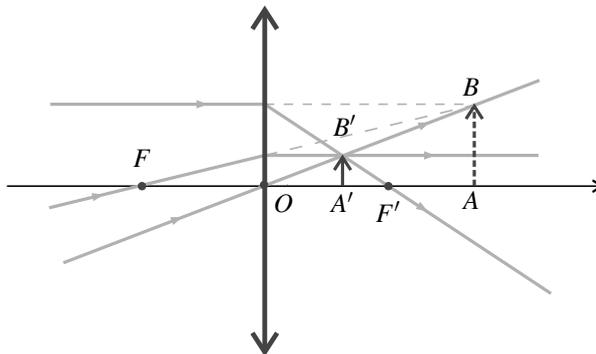


Figure 5.28 – Construction de l'image d'un objet virtuel situé après le centre par une lentille convergente. Les trois rayons émergents se croisent en B' , l'image est réelle.

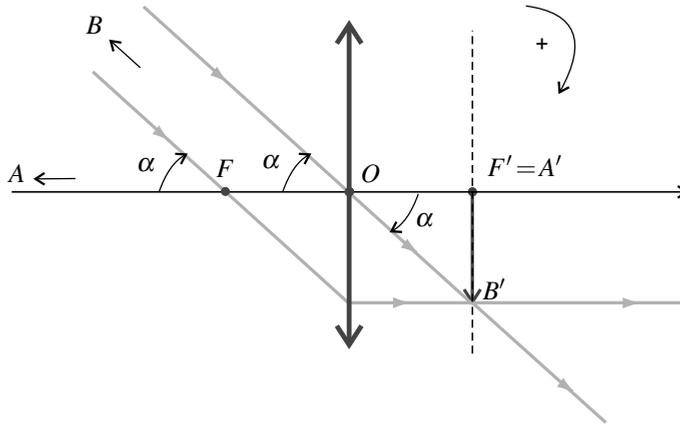


Figure 5.29 – Construction de l'image d'un objet à l'infini. Les deux rayons émergents se croisent en B' , l'image est réelle.

Les résultats sont les suivants :

1. un objet réel avant F donne une image réelle, renversée, située après F' ;
2. un objet réel entre F et O donne une image virtuelle, droite, plus grande, c'est le cas de la loupe ;
3. un objet virtuel après O donne une image réelle, plus petite, droite ;
4. un objet à l'infini a une image réelle, dans le plan focal image.

Dans le cas où l'objet est à l'infini on ne peut tracer que deux rayons remarquables venant de B . Ils sont parallèles entre eux et inclinés d'un angle α par rapport à l'axe optique. B' appartient au plan focal image ce qui est normal puisque B est à l'infini. Dans le triangle $OF'B'$ on peut écrire :

$$\tan \alpha = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OF'}} \quad \text{soit} \quad \overline{A'B'} = -f' \tan \alpha \simeq -f' \alpha,$$

puisque, dans les conditions de Gauss, l'angle α est très petit.

d) Application à une lentille divergente

Les figures 5.30 à 5.33 montrent les constructions géométriques dans les quatre cas possibles :

1. l'objet est réel donc situé avant O ;
2. l'objet est virtuel et situé entre O et F ;
3. l'objet est virtuel et situé après F ;
4. l'objet est situé à l'infini.

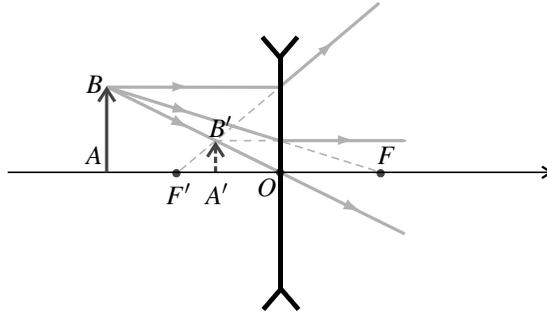


Figure 5.30 – Construction de l'image d'un objet réel situé avant le centre par une lentille divergente. Les prolongements des trois rayons émergents se croisent en B' , l'image est virtuelle.

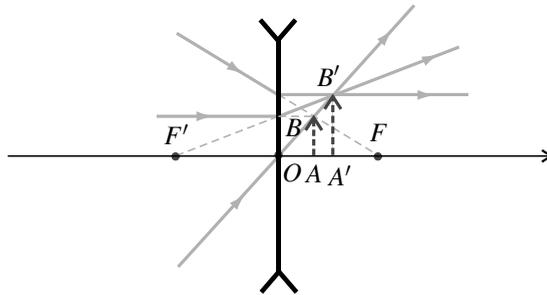


Figure 5.31 – Construction de l'image d'un objet virtuel situé entre le centre et le foyer objet par une lentille divergente. Les trois rayons émergents se croisent en B' , l'image est réelle.

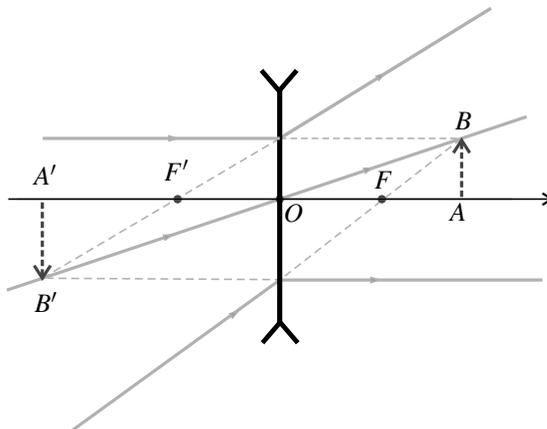


Figure 5.32 – Construction de l'image d'un objet virtuel situé après le foyer objet par une lentille divergente. Les prolongements des trois rayons émergents se croisent en B' , l'image est virtuelle.

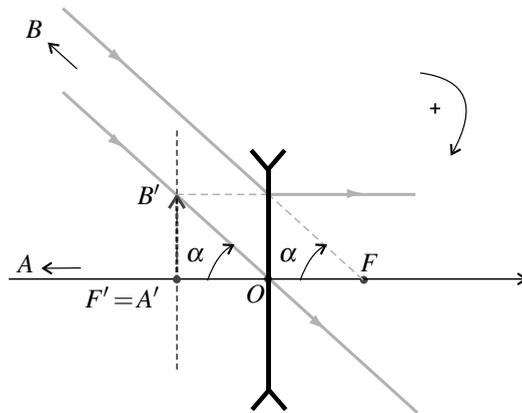


Figure 5.33 – Construction de l'image d'un objet à l'infini. Les prolongements des deux rayons émergents se croisent en B' , l'image est virtuelle.

Les résultats sont les suivants :

1. un objet réel avant O donne une image virtuelle, droite, plus petite ;
2. un objet virtuel entre O et F donne une image réelle, droite, plus grande ;
3. un objet virtuel après F donne une image virtuelle, renversée ;
4. un objet à l'infini a une image virtuelle, située dans le plan focale image.

À la différence de la lentille convergente, une lentille divergente ne peut pas donner une image réelle d'un objet réel.

Dans le cas où l'objet est à l'infini on ne peut tracer que deux rayons remarquables venant de B . Ils sont parallèles entre eux et inclinés d'un angle α par rapport à l'axe optique. B' appartient au plan focale image ce qui est normal puisque B est à l'infini. Dans le triangle $OF'B'$ on peut écrire :

$$\tan \alpha = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{OF'}} \quad \text{soit} \quad \overline{A'B'} = -f' \tan \alpha \simeq -f' \alpha,$$

puisque, dans les conditions de Gauss, l'angle α est très petit.

e) Comment reconnaître rapidement une lentille ?

En pratique on peut savoir facilement si une lentille est convergente ou divergente :

- Lorsqu'on regarde à travers une lentille divergente on voit quelle que soit la position de l'objet (qui est réel bien sûr) une image à l'endroit de taille réduite : c'est le cas 1 du paragraphe d) ;
- lorsqu'on regarde à travers une lentille convergente un objet lointain l'image est le plus souvent floue, il faut éloigner la lentille de son œil pour voir une image nette de taille réduite et à l'envers : c'est le cas 1 étudié au paragraphe c). Si la distance focale de la lentille est trop grande on ne trouve pas d'image nette.

Dans le cas d'une lentille convergente on peut déterminer rapidement une valeur approchée de sa distance focale. Il faut pour cela regarder à travers la lentille un objet placé assez près de la lentille : on voit une image droite et agrandie, c'est le cas 2 du paragraphe c) page 162 qui correspond à l'utilisation de la lentille comme loupe. Lorsqu'on éloigne la lentille de l'objet l'image s'agrandit de plus en plus puis devient floue. À ce moment on est à la limite du cas 2 et du cas 1 : la distance entre l'objet et la lentille est égale à la distance focale f' .

5.3 Relations de conjugaison

a) Principe

Les images trouvées par les constructions géométriques peuvent se calculer en utilisant les **formules de conjugaison**. Ces formules vont par deux :

- une **formule de position** liant les positions de deux points A et A' conjugués appartenant à l'axe optique ;
- une **formule du grandissement** exprimant le grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ entre les plans de front conjugués passant par A et A' qui permet de positionner l'image B' d'un point B quelconque du plan de front passant par A .

Les formules de conjugaison ne sont pas à apprendre par cœur. Elles doivent être fournies aux candidats lors des épreuves de concours.

b) Relations avec origine aux foyers, dites relations de Newton

Ces relations font apparaître les mesures algébriques $\overline{F'A}$ et $\overline{F'A'}$ qui repèrent les positions du point objet A et du point image A' respectivement par rapport au foyer objet F et au foyer image F' .

La formule de position est :

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = -f'^2 = -f^2 = ff', \quad (5.4)$$

et la formule du grandissement :

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = -\frac{f}{\overline{FA}}. \quad (5.5)$$



Ces formules font intervenir des mesures algébriques. Lorsqu'on les applique il faut contrôler les signes en observant une figure.

c) Relations avec origine au centre, dites relations de Descartes

Ces relations font apparaître les mesures algébriques \overline{OA} et $\overline{OA'}$ qui repèrent les positions du point objet A et du point image A' par rapport au centre optique O de la lentille.

La formule de position est :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = V, \quad (5.6)$$

et la formule du grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}. \quad (5.7)$$

5.4 Complément : démonstration des formules de conjugaison

On va établir les formules de conjugaison à partir de la figure 5.26.

On peut exprimer le grandissement en faisant intervenir le point H projeté de B sur la lentille et le point H' projeté de B' sur la lentille (voir figure 5.26). Il vient alors, en utilisant le théorème de Thalès dans les triangles ABF et $OH'F$:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OH'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = -\frac{f}{\overline{FA}}.$$

De même, en utilisant le théorème de Thalès dans les triangles HOF' et $F'A'B'$:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}.$$

On vient de trouver les relations de grandissement de Newton. En combinant ces deux relations on obtient la relation de position.

$$\overline{F'A'} \times \overline{FA} = f f'.$$

Revenant à l'observation de la figure 5.26, on peut écrire le grandissement d'une autre manière, en utilisant le théorème de Thalès dans les triangles OAB et $OA'B'$:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}},$$

qui est la formule du grandissement de Descartes. Enfin, en modifiant la formule de position de Newton grâce à la loi de Chasles pour faire apparaître le centre O on trouve :

$$(\overline{F'O} + \overline{OA'}) (\overline{FO} + \overline{OA}) = -f'^2.$$

En remplaçant $\overline{F'O}$ par $-f'$ et \overline{FO} par $-f = f'$ et en développant, les termes en f'^2 se simplifient et on obtient :

$$f' \overline{OA'} - f' \overline{OA} + \overline{OA} \overline{OA'} = 0.$$

Il ne reste plus qu'à diviser l'expression par $f' \overline{OA} \overline{OA'}$, pour trouver la relation de position de Descartes.

6 Applications des lentilles

6.1 Projection d'une image

a) Position du problème

On veut projeter l'image d'un objet rétroéclairé sur un écran (diapositive par exemple). On souhaite avoir une image agrandie le plus possible, aussi lumineuse et nette que possible, avec une distance D entre l'objet et l'écran qui est imposée par les conditions extérieures.

Pour cela on doit utiliser une lentille nécessairement convergente car il faut obtenir une image réelle d'un objet réel. Comment choisir la distance focale de cette lentille ? Comment obtenir une image lumineuse et uniformément éclairée ?

b) Choix de la lentille

Condition pour avoir une image nette On voit une image nette si la lentille forme l'image de l'objet exactement sur l'écran. Pour cela il faut placer la lentille convergente au bon endroit entre l'objet et l'écran. La figure 5.34 illustre cette situation : A est un point de l'objet conjugué avec le point A' sur l'écran.

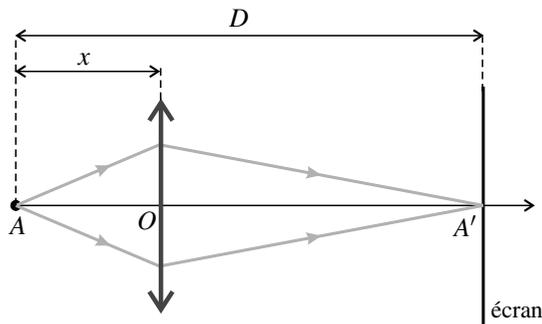


Figure 5.34 – Principe de la projection sur un écran.

Pour calculer la bonne distance x entre l'objet et la lentille on peut appliquer la formule de conjugaison de Descartes. On trouve en observant la figure (en faisant attention aux signes des mesures algébriques) : $\overline{OA} = -x$ et $\overline{OA'} = D - x$. Il vient :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$$

Ceci conduit à l'équation du second degré en x : $x^2 - xD + Df' = 0$. Cette équation n'a de solution que si son discriminant Δ est positif, or : $\Delta = D^2 - 4f'D = D(D - 4f')$. On en déduit une condition sur la distance focale de la lentille :

Pour projeter un objet sur un écran avec une lentille convergente, il faut que la distance D entre l'objet et l'écran et la distance focale image f' de la lentille vérifient :

$$D > 4f'$$

Condition pour avoir un grandissement suffisant D'après la formule du grandissement :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{D-x}{-x} = -\left(\frac{D}{x} - 1\right)$$

Ce grandissement est négatif : l'image sur l'écran est renversée (ceci apparaît sur la figure 5.26). La taille de l'image est proportionnelle à $|\gamma|$ qui augmente si x diminue : *pour avoir une grande image il faut que la lentille soit le plus près possible de l'objet.*

L'équation du second degré précédente a pour solutions :

$$x_1 = \frac{1}{2} \left(D - \sqrt{D^2 - 4Df'} \right) \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{1}{2} \left(D + \sqrt{D^2 - 4Df'} \right).$$

Ces deux racines correspondent à des positions de la lentille de part et d'autre du milieu entre l'objet et l'écran. Pour une image agrandie il faut choisir la plus petite des deux soit x_1 . En effet, dans l'autre position l'écran est plus près de la lentille que l'objet et donc l'image est réduite, d'après la formule $|\gamma| = \frac{OA'}{OA}$.

D'autre part, x_1 diminue si f diminue.

Pour avoir une image agrandie il faut placer la lentille plus près de l'objet que de l'écran. Pour une distance objet-écran fixée, l'image est d'autant plus grande que la distance focale de la lentille convergente utilisée est petite.

Prise en compte des conditions de Gauss Pour que l'image soit de bonne qualité il faut respecter les conditions de Gauss : les rayons doivent être proches de l'axe optique de la lentille et peu inclinés par rapport à cet axe. Or, en diminuant la distance objet-lentille, pour une taille de lentille donnée, on augmente l'angle d'inclinaison des rayons qui frappent la lentille sur ses bords. Il y a donc un compromis à trouver entre la taille de l'image et sa netteté.

La lentille doit avoir une distance focale suffisamment petite pour avoir un grandissement suffisant mais pas trop petite pour respecter les conditions de Gauss.

Par ailleurs on améliore la qualité des conditions de Gauss en utilisant, si nécessaire, un diaphragme circulaire qui arrête les rayons trop éloignés de l'axe optique. Ce dispositif est visible sur la figure 5.35 ci-dessous.

c) Éclairage de l'objet

Pour éclairer l'objet de manière optimale on utilise une lanterne munie d'un **condenseur**. Un condenseur est une lentille convergente (ou un ensemble de lentilles) permettant de concentrer les rayons de la source de lumière vers l'objet pour qu'il soit plus lumineux (voir figure 5.35). Le meilleur réglage du condenseur est celui pour lequel la lumière converge sur la lentille de projection. On a ainsi un éclairage de l'objet uniforme et une grande quantité de lumière qui traverse la lentille.

Le montage de projection complet est montré avec son réglage sur la figure 5.35.

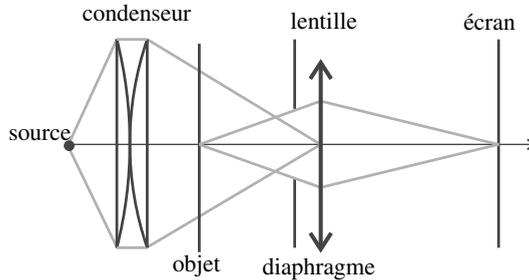


Figure 5.35 – Montage pratique pour la projection d'une image.

6.2 Le microscope

Le microscope est constitué de deux parties optiques :

- l'**objectif** qui est du côté de l'objet ;
- l'**oculaire** qui est du côté de l'œil.

Pour comprendre le fonctionnement il faut savoir qu'un œil normal voit correctement sans se fatiguer lorsque l'objet observé est situé à l'infini (voir le dernier paragraphe de ce chapitre). Avec un instrument d'optique, l'objet pour l'œil est en fait l'image finale donnée par l'instrument. Il faut donc retenir que :

L'image finale donnée par un instrument d'optique oculaire doit être **à l'infini**.

a) Modélisation d'un microscope

On modélise très simplement un microscope par deux lentilles minces :

- l'objectif est équivalent à une lentille convergente L_1 de distance focale $f'_1 = 5$ mm,
- l'oculaire est équivalent à une lentille convergente L_2 de distance focale $f'_2 = 2,5$ cm.

Puisqu'on a deux lentilles il faut préciser leur position relative. On se donne donc la distance entre le foyer image de l'objectif F'_1 et le foyer objet de l'oculaire F_2 , soit $\Delta = F'_1F_2 = 25$ cm. Ces valeurs sont indicatives, elles varient d'un microscope à l'autre.

b) Étude de la mise au point

La mise au point consiste à déplacer l'objet jusqu'à voir son image nette dans l'oculaire sans fatigue. Quelle doit être la distance entre l'objectif et l'oculaire ?

Soit AB l'objet observé. L'objectif donne de AB une image A_1B_1 ; l'oculaire donne de A_1B_1 une image à l'infini. Ceci est résumé par le schéma suivant :

$$AB \xrightarrow{\text{objectif}} A_1B_1 \xrightarrow{\text{oculaire}} \infty.$$



Ce type de schéma « des images successives » est très utile lorsqu'on étudie un instrument avec 2 ou plusieurs lentilles.

Puisque l'image finale est à l'infini, A_1B_1 doit se trouver dans le plan focal objet de l'oculaire, donc : $A_1 = F_2$.

On peut en déduire la position de AB en utilisant une formule de conjugaison. Il est judicieux d'utiliser la relation de Newton pour L_1 qui s'écrit :

$$\overline{F_1'F_2} \times \overline{F_1A} = -f_1'^2, \quad \text{ce qui donne : } \overline{F_1A} = -\frac{f_1'^2}{\Delta} = -0,1 \text{ mm.}$$

On obtient enfin $\overline{O_1A}$ par la loi de Chasles :

$$\overline{O_1A} = \overline{O_1F_1} + \overline{F_1A} = -f_1' + \overline{F_1A} = -5,1 \text{ mm.}$$

C'est la distance entre la lentille objectif et l'objet lorsque la mise au point est réussie.

c) Construction géométrique

Pour effectuer la construction, il faut chercher l'antécédent de F_2 par L_1 , ce qui a été réalisé sur la figure 5.36, en utilisant les trois rayons remarquables pour L_1 passant par B_1 .

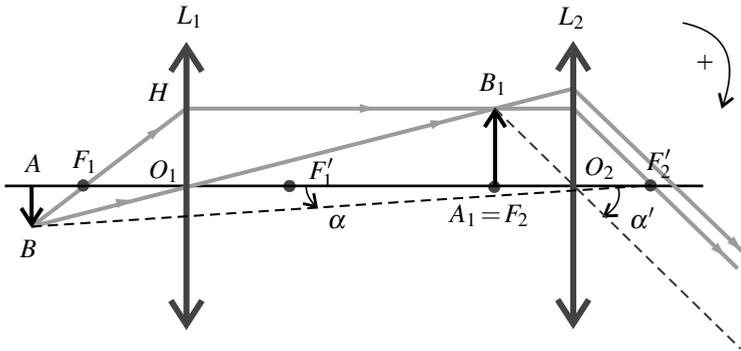


Figure 5.36 – Microscope.

d) Grossissement

Par définition :

Le grossissement G est le rapport de l'angle α' sous lequel l'objet est vu à travers le microscope sur l'angle α sous lequel il est vu à l'œil nu.

Le microscope est conçu de manière à ce que l'on place son œil au foyer image de l'oculaire. L'angle sous lequel l'objet est vu dans le microscope est l'angle d'inclinaison α' des rayons émergents (voir figure 5.36). Comme on a pris le sens horaire comme sens positif pour les

angles, α' est positif. De plus cet angle est petit puisque l'on doit respecter les conditions de Gauss. On peut alors écrire :

$$\alpha' \simeq \tan \alpha' = \frac{\overline{A_1 B_1}}{\overline{F_2 O_2}} = \frac{\overline{A_1 B_1}}{f_2'}$$

On peut exprimer $\overline{A_1 B_1}$ en fonction de \overline{AB} en utilisant la relation de grandissement de Newton pour la lentille L_1 : $\gamma_1 = \frac{f_1'}{F_1 A}$. On obtient finalement :

$$\alpha' = \frac{\overline{AB}}{F_1 A} \frac{f_1'}{f_2'}$$

Il faut maintenant déterminer l'angle sous lequel AB est vu sans microscope. L'angle est montré sur la figure 5.36 (rappel : l'œil est placé en F_2'). α est négatif, très petit d'après les conditions de Gauss, et :

$$\alpha \simeq \tan \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AF_2}}$$

Or : $\overline{AF_2}' = \overline{AF_1} + \overline{F_1 F_1'} + \overline{F_1' F_2} + \overline{F_2 F_2}' = \overline{AF_1} + 2f_1' + \Delta + 2f_2' = 310,1$ mm. Le grossissement est donc :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1' \overline{AF_2}'}{f_2' \overline{F_1 A}} = -620. \quad (5.8)$$

On trouve un grandissement négatif car l'image sera vue renversée par rapport à l'objet ce qui est dû à l'objectif. On peut s'en rendre compte en déplaçant l'objet car on voit l'image se déplacer en sens inverse.

6.3 La lunette de Galilée

La lunette de Galilée est la lunette la plus simple qui permette d'observer des objets terrestres. On modélise l'objectif par une lentille convergente L_1 de distance focale $f_1' = 60$ cm et l'oculaire par une lentille divergente L_2 de distance focale $f_2' = -5$ cm. Les valeurs ci-dessus sont des exemples, elles peuvent différer d'une lunette à l'autre.

Les objets observés sont à une distance grande devant la distance focale, on peut alors considérer qu'ils sont à l'infini : on dit que la lunette est réglée à l'infini. Comme pour le microscope, l'image finale doit être à l'infini. L'objet et l'image étant à l'infini, il s'agit d'un **système afocal**.

Puisque l'objet est à l'infini, l'image intermédiaire est dans le plan focal image de L_1 et comme l'image finale est à l'infini, l'image intermédiaire est dans le plan focal objet de L_2 :

$$\infty \xrightarrow{\text{objectif}} A_1 B_1 \xrightarrow{\text{oculaire}} \infty \text{ avec } A_1 = F_2 = F_1'$$

Il faut donc disposer les lentilles de manière à ce que $F_1' = F_2$ (voir figure 5.37).

Sur la figure, on a représenté un faisceau parallèle provenant de l'objet sous un angle α et émergeant de la lunette sous un angle α' . Comme cela a été fait, on a toujours intérêt à représenter l'image intermédiaire car cela peut faciliter les calculs ultérieurs.

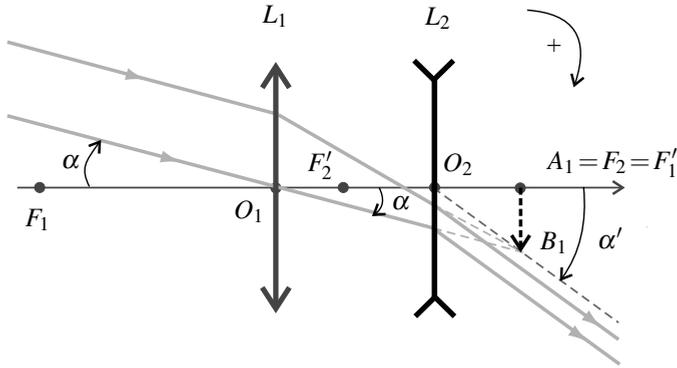


Figure 5.37 – Lunette de Galilée.

On cherche à calculer le grossissement :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

On utilise pour cela l'image intermédiaire et les rayons passant par les centres optiques :

$$\alpha' \simeq \tan \alpha' = \frac{\overline{B_1A_1}}{\overline{O_2F_2}} \quad \text{et} \quad \alpha \simeq \tan \alpha = \frac{\overline{B_1A_1}}{\overline{O_1F_1'}},$$

avec le sens positif choisi pour les angles. Ainsi :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{O_2F_2}} = \frac{f_1'}{f_2} = 12.$$

Le grossissement est positif donc objet et image sont dans le même sens.

6.4 La lunette astronomique

La lunette astronomique est aussi une lunette permettant d'observer des objets à très grandes distances (à l'infini). On modélise l'objectif par une lentille convergente L_1 de distance focale $f_1' = 60$ cm et l'oculaire par une lentille convergente L_2 de distance focale $f_2' = 5$ cm. Les valeurs ci-dessus sont des exemples, elles peuvent différer d'une lunette à l'autre.

Comme la lunette de Galilée, la lunette astronomique est réglée à l'infini et $F_1' = F_2$ (voir figure 5.38) et c'est un système afocal. La méthode de calcul du grandissement est la même :

$$\alpha' \simeq \tan \alpha' = -\frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{F_2O_2}} \quad \text{et} \quad \tan \alpha \simeq \alpha = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{O_1F_1'}},$$

avec le sens positif choisi pour les angles. Ainsi :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{\overline{O_1F_1'}}{\overline{F_2O_2}} = -\frac{f_1'}{f_2'} = -12.$$

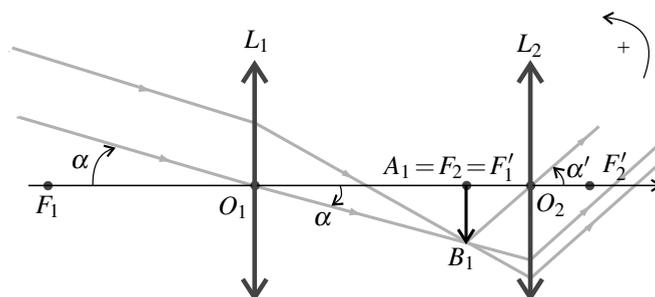


Figure 5.38 – Lunette astronomique.

Le grossissement est négatif, donc l'image est à l'envers. C'est pour cela qu'on ne se sert pas de cette lunette pour observer des objets terrestres.

7 L'œil

7.1 Description et modélisation

Une coupe de l'œil est présentée sur la figure 5.39.

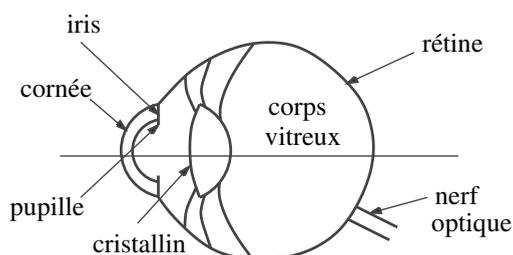


Figure 5.39 – Structure de l'œil.

- L'iris (partie colorée) est percé de la pupille dont le diamètre est variable (de 2 à 8 mm) et qui joue le rôle de diaphragme c'est-à-dire qui limite la puissance lumineuse pénétrant dans l'œil.
- Le cristallin est un muscle assimilable à une lentille mince biconvexe dont la distance focale est variable selon sa contraction. Il donne d'un objet une image renversée sur la rétine.
- La rétine est constituée de cellules sensibles à la lumière (les cônes et les bâtonnets).

On modélise l'œil par une lentille mince convergente de vergence variable - correspondant au cristallin - formant une image sur un écran fixe - correspondant à la rétine.

7.2 Caractéristiques optiques

a) Limite de résolution angulaire

L'œil ne distingue deux détails différents de l'objet que si leur image se forme sur deux cellules différentes de la rétine.

Dans de bonnes conditions d'éclairement (ni trop sombre, ni trop lumineux), l'œil distingue des détails d'environ 1 minute d'arc, soit $3 \cdot 10^{-4}$ rad.

Cette valeur constitue la **limite de résolution** ou **pouvoir séparateur** de l'œil. Elle n'est atteinte que dans des conditions d'éclairement et de contraste optimales.

b) Plage d'accommodation

L'œil ne peut voir une image nette que si elle se forme sur la rétine. Un œil au repos (cristallin non contracté) voit à une distance maximale. Le point situé à cette distance porte le nom de **Punctum Remotum** noté P.R.. Pour voir des objets plus proches, le cristallin doit se contracter pour être plus convergent (sa vergence augmente), on dit que l'œil **accommode**. Le point le plus proche que peut voir net un œil est appelé **Punctum Proximum** noté P.P.. Il correspond à la distance minimale de mise au point. La zone située entre le P.P. et le P.R. est appelé **champ en profondeur de l'œil**.

Pour un œil normal, le P.R. est à l'infini et le P.P. à environ 25 cm pour un adulte.

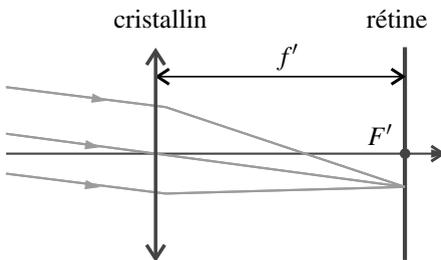


Figure 5.40 – Formation de l'image d'un objet au P.R.

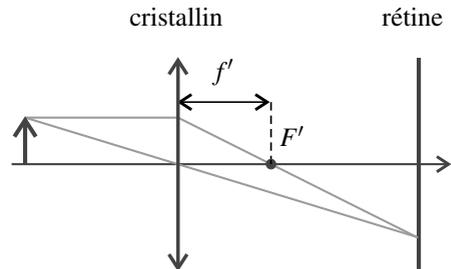


Figure 5.41 – Formation de l'image d'un objet au P.P.

Les figures 5.40 et 5.41 représentent la formation de l'image d'un objet au P.R. et au P.P.. La distance focale du cristallin varie mais la distance entre le cristallin et la rétine ne varie pas.

7.3 Défauts de l'œil

a) La myopie

Un œil **myope** possède un cristallin trop convergent. Par conséquent, le P.P. est plus proche que pour l'œil normal et le P.R. n'est plus à l'infini. On s'aperçoit sur la figure que l'image d'un objet ponctuel à l'infini se forme avant la rétine et l'observateur ne voit qu'une tache floue (le myope sans ses lunettes voit flou de loin). Il faut rendre l'œil moins convergent donc la correction se fait par l'utilisation d'une lentille divergente.

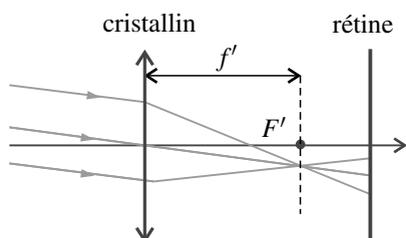


Figure 5.42 – Oeil myope sans accommodation.

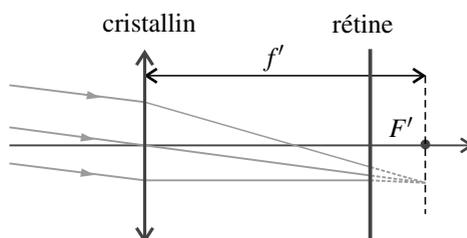


Figure 5.43 – Oeil hypermétrope sans accommodation.

b) L'hypermétropie

Un œil **hypermétrope** possède un cristallin insuffisamment convergent. L'œil doit donc accommoder pour voir à l'infini sinon l'image se forme derrière la rétine (voir figure 5.43) et l'observateur observe une tache floue. Le P.P. est plus éloigné que pour l'œil normal. Il faut rendre l'œil plus convergent donc la correction se fait par l'utilisation d'une lentille convergente.

8 Approche documentaire : influence des réglages sur l'image produite par un appareil photographique numérique

Dans ce paragraphe on va interpréter à l'aide des lois de l'optique l'influence sur l'image de trois réglages d'un appareil photographique :

- la durée d'exposition,
- l'ouverture du diaphragme,
- la distance focale.

8.1 Modélisation

Pour simplifier, on modélise l'objectif de l'appareil par une lentille convergente unique de distance focale f' , appelée dans la suite simplement **focale** (voir figure 5.44).

La lumière entrant dans l'objectif doit traverser le **diaphragme**, ouverture de forme proche d'un cercle de diamètre D réglable, que l'on modélisera par une ouverture circulaire placée juste devant la lentille mince précédente.

L'image est enregistrée à l'aide d'un capteur CCD situé dans un plan de front, à distance d de la lentille.

La lumière arrive sur le capteur pendant une durée contrôlée τ appelée **durée d'exposition**.

Pour obtenir une image correcte il faut que :

- l'image du sujet photographié se forme sur le capteur (à un point du sujet correspond un point du capteur),
- la quantité de lumière reçue par les éléments sensibles du capteur soit convenable.

Le première condition est réalisée par le réglage de mise au point qui joue sur la distance d entre l'objectif et le capteur. La valeur qu'il faut donner à d dépend de la distance du sujet à l'objectif, selon les formules de conjugaison de la lentille.

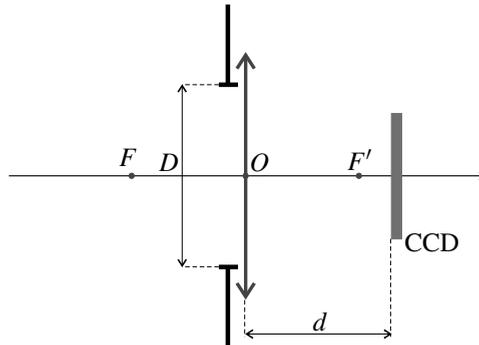


Figure 5.44 – Modélisation de l'appareil photographique.

La deuxième condition est réalisée par le réglage simultané de l'ouverture du diaphragme D et du temps d'exposition τ .

Dans la suite on va comparer des photos prises avec différents réglages pour voir leur influence sur l'image obtenue.

Les trois photos 5.45, 5.46 et 5.47 ont été prises avec une même focale $f' = 35$ mm, un diaphragme de diamètre $D = \frac{f'}{8}$ et des durées d'exposition τ différentes. La photo 5.45 est *sous-exposée* et la photo 5.47 est *surexposée*.

Pourquoi en est-il ainsi ? Le signal fourni par une cellule sensible du capteur dépend de l'énergie qu'elle reçoit, énergie qui est proportionnelle à la durée d'exposition τ (les autres paramètres étant fixés). L'échelle des gris, du noir au blanc, correspond à une énergie reçue variant entre E_{\min} et E_{\max} ; pour $E < E_{\min}$ (respectivement $E > E_{\max}$) le pixel sur l'image est noir (respectivement blanc).

Si trop de capteurs reçoivent une énergie inférieure à E_{\min} , l'image est trop noire (sous-exposée) et si trop de capteurs reçoivent une énergie supérieure à E_{\max} l'image est trop blanche (surexposée).

8.2 Influence du diaphragme d'ouverture

Il est d'usage de donner l'ouverture par le *nombre d'ouverture* $N = \frac{f'}{D}$.

a) Exposition

Les photos 5.48, 5.46 et 5.49 ont été prises avec la même focale et des nombres d'ouvertures respectifs : $N = 2, 8$ et 22 . Les trois photos sont correctement exposées pour des durées d'exposition respectives : $\tau = \frac{1}{500}$ s, $\frac{1}{30}$ s et $\frac{1}{30}$ s. Quelle est la relation entre D et τ ?

L'onde lumineuse se caractérise par son éclairement \mathcal{E} qui est une puissance surfacique. Ainsi, la puissance entrant dans l'objectif est $\mathcal{E}\pi\frac{d^2}{4}$, qui augmente avec D . L'énergie reçue par un pixel est proportionnelle à la puissance qu'il reçoit (qui est proportionnelle à la



Figure 5.45 –
 $\tau = \frac{1}{4}$ s



Figure 5.46 –
 $\tau = \frac{1}{30}$ s

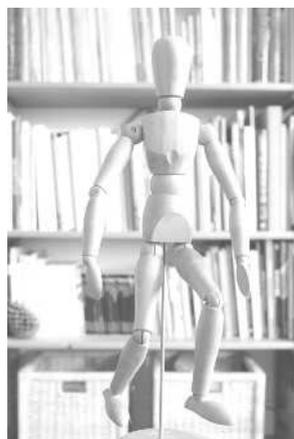


Figure 5.47 –
 $\tau = \frac{1}{125}$ s



Figure 5.48 – $f' = 35$ mm,
 $D = \frac{f}{2}, \tau = \frac{1}{500}$ s.

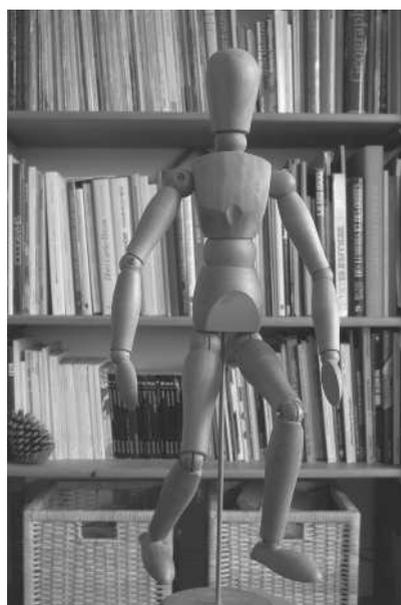


Figure 5.49 – $f' = 35$ mm,
 $D = \frac{f}{22}, \tau = \frac{1}{4}$ s.

puissance entrant dans l'objectif) multipliée par la durée d'exposition τ . Elle est donc proportionnelle au produit $D^2 \tau$ qui détermine la qualité de l'exposition.

Pour les photos 5.48, 5.46 et 5.49 le produit $\left(\frac{D}{f'}\right)^2 \tau$ vaut, en secondes :

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{500} = 5,0 \cdot 10^{-4} \quad \left(\frac{1}{8}\right)^2 \times \frac{1}{30} = 5,2 \cdot 10^{-4}, \quad \text{et} \quad \left(\frac{1}{22}\right)^2 \times \frac{1}{4} = 5,2 \cdot 10^{-4}.$$

Il est quasiment constant : les trois photos sont correctement exposées.

b) Profondeur de champ

On remarque de plus que l'arrière plan est flou sur la photo 5.48, à peu près net sur la photo 5.46 et bien net sur la photo 5.49.

Comment des points en dehors du plan de mise au point peuvent-ils être nets ? Quel est le rôle du diamètre d'ouverture D ?

La figure 5.50 représente un point A sur lequel la mise au point est faite : son image A' se forme sur le capteur et un point B situé derrière A . L'image B' de B est située devant le capteur CCD. En effet d'après la formule de conjugaison de Newton :

$$\overline{F'B'} \overline{FB} = \overline{F'A'} \overline{FA} \quad \text{d'où} \quad F'B' = F'A' \frac{FA}{FB} < F'A'.$$

De ce fait, la lumière issue de B fait sur le capteur une tache qui a la forme du diaphragme d'ouverture. Pour un diaphragme circulaire de diamètre D , cette tache est circulaire de diamètre δ et d'après le théorème de Thalès :

$$\delta = D \frac{B'A'}{OB'}.$$

D'après cette formule : *plus le diamètre D du diaphragme est petit, plus le diamètre δ de la tache est petit.*

D'autre part, si B s'éloigne de A et de l'appareil, FB augmente, donc, d'après la relation de Newton, $F'B'$ diminue. Ainsi OB' diminue et $B'A'$ augmente, ce qui fait que δ augmente. *Plus le point B est éloigné derrière A , plus le diamètre de la tache est grand.*

Quelle est la condition pour que B soit net sur la photographie ? Si δ est inférieur à la taille d'une cellule élémentaire du capteur (soit un pixel de l'image finale), B sera aussi net que A sur l'image enregistrée. Mais, cette condition est inutilement contraignante parce qu'on ne distingue pas les pixels à l'unité sur une image numérique. Pour que B soit net, il suffit que δ soit plus petit qu'une distance δ_{\max} qui dépend des conditions de visualisation de la photographie et qui est en gros de l'ordre de 3 fois la taille d'un pixel.

Ainsi, pour les points de l'arrière plan, sur la photo 5.49 $\delta < \delta_{\max}$ alors que $\delta > \delta_{\max}$ sur la photo 5.48, ce qui provient du fait que D est 11 fois plus grand. Sur la photo 5.49 tout objet situé entre le mannequin et la bibliothèque serait net. Sur la photo 5.48 il y a quelque part entre le mannequin et la bibliothèque une limite à partir de laquelle les points ne sont plus nets.

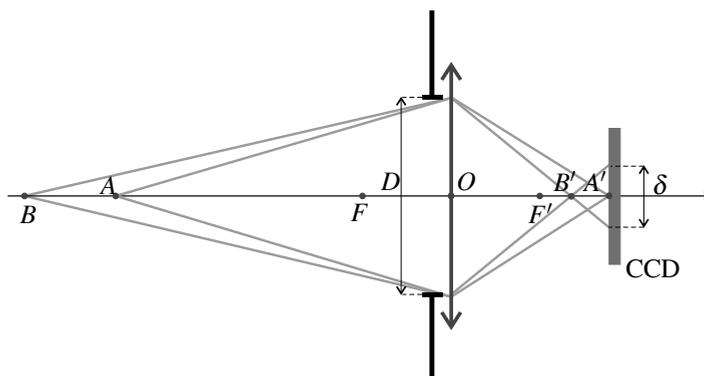


Figure 5.50 – Influence de l'ouverture du diaphragme sur la profondeur de champ.

De manière analogue, un point situé plus proche de l'objectif que le plan de mise au point serait net à condition de ne pas être trop éloigné de celui-ci.

On appelle *profondeur de champ* la distance entre le point net le plus proche de l'objectif et le point net le plus éloigné de l'objectif. *La profondeur de champ diminue si le diamètre D du diaphragme d'ouverture augmente.*

c) Diffraction

Le phénomène de diffraction limite-t-il la netteté de l'image pour les petits diamètres d'ouverture ?

La dispersion angulaire due à la diffraction est de l'ordre de $\frac{\lambda}{D}$ où λ est la longueur d'onde. Dans le cas d'une mise au point à l'infini, soit $d = f'$, la tache de diffraction sur le capteur a donc une dimension de l'ordre de $\delta' = \frac{f'\lambda}{D} = N\lambda$. Pour $N = 22$ et $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$, $\delta' \simeq 10 \mu\text{m}$.

Il faut comparer δ' à la taille d'un pixel. Le capteur est un rectangle de $16 \text{ mm} \times 24 \text{ mm}$. Il comporte $15 \cdot 10^6$ pixels, carrés de côté $\sqrt{\frac{16 \cdot 10^{-3} \times 24 \cdot 10^{-3}}{15 \cdot 10^6}} \simeq 5 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 5 \mu\text{m}$.

Ce calcul approché montre que, dans le cas du diamètre d'ouverture le plus petit, la tache de diffraction couvre quelques pixels, ce qui peut réduire le « piqué » de l'image.

8.3 Influence de la distance focale

Les photos 5.51 et 5.52 ont été prises toutes les deux du même endroit en faisant la mise au point sur l'infini, mais en utilisant deux objectifs différents, respectivement un objectif grand-angle de distance focale $f' = 24 \text{ mm}$ et un téléobjectif de distance focale $f' = 70 \text{ mm}$.

Le nombre d'ouverture $N = \frac{f}{D}$ est le même dans les deux cas.

On constate que :

- le champ angulaire (champ de vision de la photo) est nettement plus large avec l'objectif de courte focale,



Figure 5.51 – $f' = 24$ mm,
 $D = \frac{f}{4}$.



Figure 5.52 – $f' = 70$ mm,
 $D = \frac{f}{4}$.

- le premier plan est net sur la photo 5.51 alors qu'il est flou sur l'autre : la profondeur de champ est plus grande avec l'objectif de courte focale.

a) Champ angulaire

On souhaite expliquer l'influence de la distance focale sur le champ angulaire.

La mise au point est faite sur l'infini : un point à l'infini a son image sur le capteur CCD qui est donc placé dans le plan focal image de l'objectif, à distance $d = f'$ de celui-ci.

Le capteur a la forme d'un rectangle de largeur $\ell = 16$ mm et longueur $L = 24$ mm. On voit sur la figure 5.53 que l'angle d'ouverture α du champ de vision dans un plan horizontal est donné par :

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\ell}{2f'}.$$

α diminue avec la focale f' . Numériquement : $\alpha = 2 \arctan \left(\frac{16}{2 \times 24} \right) = 37^\circ$ sur la photo 5.51,

et $\alpha = 2 \arctan \left(\frac{16}{2 \times 70} \right) = 13^\circ$ sur la photo 5.52.

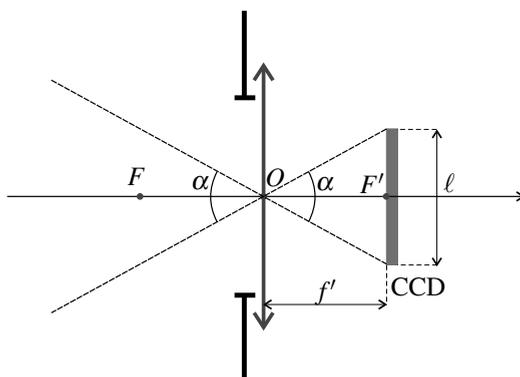


Figure 5.53 – Influence de la distance focale sur le champ angulaire.

b) Profondeur de champ

Pour expliquer l'influence de la distance focale sur la profondeur de champ, on cherche la position d'un point H de l'axe optique faisant sur le capteur une tache du diamètre maximum acceptable δ_{\max} (voir figure 5.54).

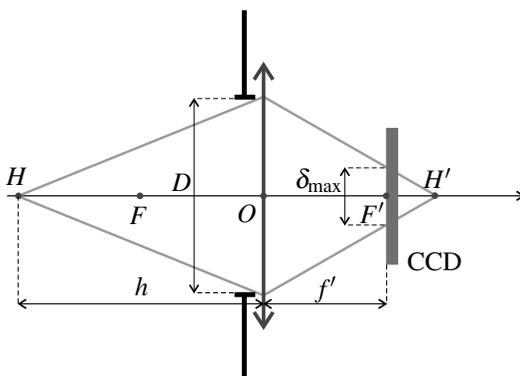


Figure 5.54 – Influence de la distance focale sur la profondeur de champ.

L'image H' de H est située derrière le capteur. D'après le théorème de Thalès :

$$\frac{\delta_{\max}}{D} = \frac{F'H'}{OH'}$$

Pour exploiter cette relation on doit calculer les distances :

- $F'H'$ donnée par la formule de conjugaison de Newton : $F'H' = \overline{F'H'} = -\frac{f'^2}{FH}$;
- OH' donnée par la formule de conjugaison de Descartes : $\frac{1}{OH'} = \frac{1}{OH} = \frac{1}{OH} + \frac{1}{f'}$.

Il vient donc, en posant $h = OH$:

$$\frac{\delta_{\max}}{D} = -\frac{f'^2}{FH} \left(\frac{1}{OH} + \frac{1}{f'} \right) = -\frac{f'^2}{f' - h} \left(-\frac{1}{h} + \frac{1}{f'} \right) = \frac{f'}{h} \quad \text{soit} \quad h = \frac{f'D}{\delta_{\max}}.$$

h est appelée *distance hyperfocale*. Tous les points situés dans un plan de front à distance supérieure à h donnent des taches de diamètre $\delta < \delta_{\max}$, donc sont nets sur la photo. Plus h est petit, plus la profondeur de champ est grande.

Pour un nombre d'ouverture $N = \frac{f}{D}$ donné, la distance hyperfocale $h = \frac{f'^2}{N\delta_{\max}}$ est proportionnelle à f^2 . Ceci explique pourquoi la profondeur de champ est plus grande sur la photo 5.51, prise avec l'objectif grand-angle, que sur la photo 5.52, prise avec le téléobjectif.

SYNTHÈSE

SAVOIRS

- approximation de l'optique géométrique
- lois de Descartes
- phénomène de réflexion totale
- image dans un miroir plan
- approximation de Gauss
- conditions de stigmatisme et aplanétisme approchés
- condition $D > 4f'$ pour la projection
- modèle de l'œil
- ordres de grandeur de la résolution angulaire de l'œil et de la plage d'accomodation

SAVOIR-FAIRE

- établir la condition de réflexion totale
- construire l'image d'un objet par un miroir
- construire l'image d'un objet par une lentille mince
- appliquer des formules de conjugaison fournies
- établir la condition $D > 4f'$ pour une projection
- modéliser un instrument d'optique à l'aide de plusieurs lentilles
- modéliser l'œil
- en comparant des photographies discuter l'influence de la durée d'exposition, du diaphragme et de la focale

MOTS-CLÉS

- | | | |
|------------------|------------------|--------------------------|
| • rayon lumineux | • rayon incident | • foyer |
| • miroir | • rayon émergent | • approximation de Gauss |
| • réflexion | • objet, image | • lentille convergente |
| • dioptre | • réel, virtuel | • lentille divergente |
| • réfraction | • système centré | • distance focale |